سهم ریاضی مدرسه‌ای در زندگی واقعی

مریم شایان
دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

اشاره

در دنیای رو به پیشرفت امروزی، در عصری که به‌عنوان عصر اطلاعات از آن یاد می‌شود، آموزش از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. سیاست‌گذاران آموزشی همواره با تغییر برنامه‌های درسی درصدد همسو کردن آموزه‌های دانش‌آموزان با استانداردهای جهانی هستند. در سال‌های اخیر، نظام آموزشی ایران نیز دستخوش تغییراتی شده است. آموزش ریاضی، به واسطهٔ اهمیتی که درس ریاضیات در ساختار برنامهٔ درسی مدرسه دارد نیز از این قاعده مستثنا نیست. آموزش ریاضی، به علت درگیر کردن دانش‌آموزان با نوع خاصی از تفکر، در صورتی که با مسائل دنیای واقعی پیوند خوبی برقرار کند، می‌تواند زمینه‌ساز تربیت شهروندانی منتقد، سازنده و خلاق برای جامعه باشد. کارشناسان آموزش ریاضی معتقدند، تغییرات نظام آموزش ریاضی که بارزترین آن‌ها در بازتألیف کتاب‌های درسی انجام گرفته، در جهت کاربردی کردن درس ریاضی در دنیای واقعی اســـت؛ موضوعی که در صورت تحقق، جای مباهات دارد. پژوهش حاضر تلاشی است برای پاسخ‌گویی به این سؤال که دانش‌آموزان ما پس از گذراندن دورهٔ تحصیلات اجباری، تا چه حد در حل چالش‌های دنیای واقعی مهارت دارند؟ برای انجام پژوهش، آزمونی مشتمل بر مسائل دنیای واقعی طراحی و در سطح دانش‌آموزان متوسطهٔ اول یکی از شهرستان‌های استان اصفهان به اجرا درآمد.

کلیدواژه‌ها: ریاضیات مدرسه‌ای، آموزش ریاضیات، برنامهٔ درسی ریاضی، سواد ریاضی، زندگی واقعی

در نظام‌های آموزشی متمرکز مانند ایران، کتاب درسی نقشی کلیدی دارد. برنامهٔ درسی ریاضی باید به نوبهٔ خود در تربیت انسان‌های خلاق، نقاد، تصمیم‌گیرنده، انتخابگر، متعهد و مسئولیت‌پذیر سهیم باشد

مقدمه

در عصری زندگی می‌کنیم که در آن از دانایی به عنوان رکن اساســـی ســـعادت بشری یاد می‌شـــود. در این دوران، آموزش‌وپرورش به‌عنوان محور پیشرفت پایدار، وظیفهٔ تربیت نیروی انسانی ماهر برای کار و تلاش در بازار پررقابت جهانی را برعهده دارد. در عین حال، آموزش‌وپرورش مأموریت خطیر آماده کردن نســـل جوان برای زندگی در قرن بیست‌ویکم و آموزش مهارت‌های زندگی در ابعاد گوناگون را عهده‌دار اســـت (ریحانی، ۱۳۹۵). با پیشرفت علم و فناوری، هدف اصلی آموزش، کسب دانش‌ها و مهارت‌هایی است که به دانش‌آموزان امکان می‌دهد دستاوردهای علم و فناوری را در زندگی خود به کار گیرند و مسائل زندگی خود را به روش‌های علمی حل کنند (امیراحمدی و همکاران، ۱۳۹۱، ۹۵-۸۶).

ظهوری زنگنه (۱۳۷۸) بیان می‌کند: برای تربیت انسان‌های رشد یافته، باید شیوه‌ای از تعلیم‌وتربیت به‌کار گرفته شود که حاصل آن افرادی باشند که از مهارت‌های استدلال کردن، آزادی انتخاب، استقلال در تصمیم‌گیری و مسئولیت‌پذیری برخوردار باشند؛ به‌طوری که حتی مبارزه با بی‌سوادی، مستلزم یاد دادن حداقلی از سواد ریاضی به شهروندان، متناسب با

نیاز افراد یا مشاغل باشد. به گفتهٔ **گویا** (۱۳۷۵)، قرن فراصنعتی که به تعبیر **الوین تافلر**[۱] و بسیاری از دانشمندان معاصر قرن دانایی نامیده می‌شـــود، انتظارات جدیدی از ریاضی به‌وجود آورده است. در این عصر، پرورش روحیهٔ علمی و تفکر انتقادی و بازتابی، بیش از بازوی ستبر و سینهٔ فراخ اهمیت دارد. بنابراین، توجه به نیازهای فرد و جامعه و نگاهی کاربردی به آموخته‌های حاصل از ریاضیات، می‌تواند راهگشای بسیاری از سردرگمی‌ها در دنیای روبه‌رشد امروز باشد.

برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای

به جرئت می‌توان گفت که در جوامع کنونی، ریاضی یکی از مهم‌ترین موضوعات درسی در مدرسه است. ریاضی به علت انتزاعی بودن، به محض اینکه ارتباط خود را با دنیای واقعی از دست بدهد، برای بسیاری از دانش‌آموزان بی‌معنی می‌شود. به همین دلیل است که در سراسر دنیا، هرگاه صحبت از درس ریاضی به میان می‌آید، دانش‌آموزان از آن به‌عنوان درسی مشکل در فهمیدن محتوای درسی و حل مسائل آن یاد می‌کنند؛ تا جایی که حتی در بزرگ‌سالی نیز این نگرش نسبت به ریاضی پایدار می‌ماند. استفاده از مسائل دنیای واقعی در ایجاد احساس مثبت و کارآمد نسبت به ریاضی مؤثر است و ابزاری اثربخش برای پرورش تفکر انتقادی به‌شمار می‌رود (گریر و همکاران، ۲۰۰۷: ۹۸-۸۹).

در اواخر دههٔ ۱۹۵۰، رویکرد «جنبش ریاضیات جدید با هدف آشنا کردن دانش‌آموزان با ریاضی» به‌طور جدی مطرح شد. این رویکرد ادعا می‌کرد با حرکت برنامهٔ درسی به سمت ریاضیات نظری می‌توان شاهد توانمندی دانش‌آموزان در حل مسائل دنیای واقعی بود. آموزشگران ریاضی در نیل به اهداف این جنبش به این نتیجه رسیدند که برای تقویت دانش‌آموزان در به کارگیری ریاضی در دنیای واقعی، باید مدل سازی[۲] و کاربردهای ریاضی وارد برنامهٔ درسی شود (نیس و همکاران، ۲۰۰۷). چنانکه «شورای ملی معلمان ریاضی»[۳] (۲۰۰۰) بیان کرده است، از مهم‌ترین اهداف آموزش ریاضی آن است که دانش‌آموزان به نقش ریاضی و کارایی آن در جریان زندگی و پرورش نیروی تفکر و استدلال واقف شوند. به‌علاوه، نسبت به ظرفیت‌ها و قابلیت‌های خود در انجام تکالیف ریاضی و انواع موقعیت‌های حل مسئله اعتماد و اطمینان داشته باشند.

بررسی اسناد ملی کشورمان ایران، به‌خصوص در دههٔ اخیر، مشخص می‌کند پرداختن به کاربرد ریاضی در زندگی واقعی از سوی سیاست‌گذاران آموزشی مورد توجه خاص بوده است. از سال ۱۳۸۳ گروه تدوین‌کنندهٔ برنامهٔ درسی ریاضی ایران بر فرایندهای ریاضی مانند حل مسئله و مدل‌سازی و موقعیت‌های سادهٔ زندگی واقعی تأکید داشته‌اند (کیامنش و همکاران، ۱۳۹۰).شورای عالی آموزش‌وپرورش در مجموعه مصوبات اهداف دورهٔ متوسطهٔ اول تأکید دارد که دانش‌آموزان باید در پایان این دوره مهارت‌های پایه در ریاضی را بدانند و با نقش و کاربرد آن در زندگی و پیشـــرفت ســـایر علوم آشنا شـــوند (دبیرخانهٔ شورای عالی آموزش‌وپرورش، ۱۳۹۲). در سند برنامهٔ درسی ملی ایران، هدف از آموزش ریاضی چنین بیان شده است:

«وجه مهم ریاضی، توانمندسازی انسان برای توصیف دقیق موقعیت‌های پیچیده، پیش‌بینی و کنترل دقیق وضعیت‌های ممکن مادی، طبیعی، اقتصادی و اجتماعی است. بنابراین، توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌باشد» (همان، ۱۳۹۲: ۳۳).

بررسی اهداف آموزش ریاضی در ایران نشان می‌دهد برنامه‌ریزان آموزشی توانمندسازی دانش‌آموزان را در به‌کارگیری ریاضیات در حل چالش‌های دنیای واقعی به‌عنوان یکی از اهداف کلیدی آموزش ریاضی مدنظر قرار داده‌اند. در بسیاری از جوامع آموزشی، این توانمندی را سواد[۴] و به‌طور خاص «سواد ریاضی»[۵] می‌نامند (اجوز، ۲۰۱۱: ۱۰۰-۸۹)؛ استیسی و ترنر، ۲۰۱۵: ۳۳-۵). به اعتقاد **ترنر** (۲۰۱۲)، اصطلاح «ســـواد ریاضی» برای اولین بار در سال ۱۹۴۰ تنها به‌صورت یک واژهٔ کاربردی و بدون تعریف رسمی آمده و بعدها بیشترین تأثیر را از نفوذ «سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی»[۶] گرفته است (دی‌لنگه ، ۲۰۰۶).

با وجود تأکید نظام آموزشی و سند برنامهٔ درسی ملی ایران بر آموزش مبتنی بر کاربرد ریاضیات، شاید بین معلمان ریاضی کم نباشند معلمانی که به‌طور مکرر، مخاطبِ این سؤال از دانش‌آموزان قرار گرفته باشند: «چرا ریاضی می‌خوانیم؟» سؤالی که در شکل دیگری، باز هم از جانب دانش‌آموزان، چنین مطرح می‌شود: «ریاضی چه فایده‌ای دارد؟» و چه‌بسا این ســـؤال برای بعضی معلمان نیز بدون پاسخ باشد. علت ایجاد چنین سؤالاتی چیست؟ آیا دانش‌آموزان در کلاس ریاضی، ارتباطی بین مســـائل ریاضی و دنیای واقعی نمی‌یابند که به غیرمفید بودن و کاربرد نداشـــتن ریاضی در زندگی روزمره می‌رسند؟ آیا به گفتهٔ **بشیر** (۱۳۹۴)، ردپای رویکرد «ریاضیات واقعیت‌مدار»[۷] که **فرودنتال**[۸] مطرح می‌کند، در کتاب‌های درسی ما خیلی کم‌رنگ است؟ آیا فاصلهٔ بین تفکر دانش‌آموزان در مورد ریاضی و ریاضیات واقعیت‌مدار که آن را فعالیتی انسانی و اجتماعی می‌داند، نتیجهٔ برنامه‌ریزی‌های آموزش ریاضی در ایران است؟

ریاضی به علت انتزاعی بودن، به محض اینکه ارتباط خود را با دنیای واقعی از دست بدهد، برای بسیاری از دانش‌آموزان بی‌معنی می‌شود. به همین دلیل است که در سراسر دنیا، هرگاه صحبت از درس ریاضی به میان می‌آید، دانش‌آموزان از آن به‌عنوان درسی مشکل در فهمیدن محتوای درسی و حل مسائل آن یاد می‌کنند

پیزا و سواد ریاضی

با توجه به ضرورت ایجاد ارتباط میان آموزش ریاضی مدرسه‌ای با دنیای واقعی و لزوم سرمایه‌گذاری بیشتر در این زمینه، و برای سنجش میزان سواد ریاضی، «سواد علوم»[9] و «سواد خواندن»[10] دانش‌آموزان، ۳۰ کشور پیشرفته و صنعتی جهان با مشارکت در سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، مطالعه‌ای را با عنوان «پیزا»[11] طراحی کردند. «برنامهٔ بین‌المللی سنجش دانش‌آموزان» (پیزا)، یک مطالعهٔ بین‌المللی است که بر کاربرد ریاضیات در زندگی روزمره تأکید دارد. پرسش اصلی مطالعهٔ پیزا دربارهٔ ریاضیات این است که: آیا دانش‌آموزان از نظر ریاضی برای چالش‌های زندگی آینده آماده شده‌اند؟ (آدامز و همکاران، ۲۰۰۳). مطالعهٔ پیزا برای پاسخ به سنجش میزان آمادگی دانش‌آموزان ۱۵ ساله در برخورد با چالش‌های آینده در زندگی پس از مدرسه و نه فقط زندگی در مدرسه، پدید آمده است. آزمون این مطالعه بر مسائل ریاضی دنیای واقعی تأکید دارد و خارج از حوزهٔ مسائل مدرسه‌ای عمل می‌کند.

برای تنظیم و اجرای مطالعات پیزا، گروهی شامل معلمان ریاضی، ریاضی‌دانان، و کارشناسان ارزیابی، فناوری و پژوهش در آموزش، از تعدادی کشور، چارچوبی برای بخش ریاضی این مطالعه آماده کردند. در چارچوب مطالعهٔ پیزای سال ۲۰۱۲، تعریف رسمی سواد ریاضی به‌صورت زیر است:

«سواد ریاضی یک توانایی فردی برای صورت‌بندی، به کارگیری و تفسیر ریاضیات در زمینه‌های گوناگون است که شامل استدلال ریاضی و استفاده از مفاهیم، روش‌ها، حقایق و ابزار ریاضی برای توصیف، بیان و پیش‌بینی پدیده‌هاست. سواد ریاضی برای شناختن نقشی که ریاضیات در جهان بازی می‌کند و برای دست یافتن به قضاوت‌های مستدل و تصمیمات مورد نیاز یک شهروند سازنده، متعهد و فکور به افراد کمک می‌کند» (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، ۲۰۱۲: ۴).

در این تعریف، عبارت «صورت‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر»[12] به فرایندهایی اشاره دارد که دانش‌آموزان با استفاده از آن‌ها، مانند «مسئله‌حل‌کن‌ها»ی[13] فعال عمل خواهند کرد. صورت‌بندی مدل‌های ریاضی، به‌کارگیری دانش و مهارت‌های ریاضی در کار روی یک مدل، و تفسیر و ارزیابی نتیجهٔ به‌دست‌آمده، از جمله فرایندهای ضروری مدل‌سازی ریاضی به‌شمار می‌روند. بنابراین، سواد ریاضی ارتباط تنگاتنگی با مفهوم مدل‌سازی دارد (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، ۲۰۱۵).

فرایند صورت‌بندی، چگونگی عملکرد مؤثر یک دانش‌آموز را در تشخیص و شناسایی فرصت‌ها برای استفاده از ریاضیات در شرایط مسئله و سپس فراهم کردن ریاضیات مورد نیاز برای حل مسئله نشان می‌دهد. فرایند به‌کارگیری، آمادگی دانش‌آموزان را در دست‌ورزی و استفاده از مفاهیم و حقایق آموخته شده، برای رسیدن به پاسخ مسئلهٔ صورت‌بندی شده نمایان می‌کند. فرایند تفسیر بر توانایی تفکر دانش‌آموز پیرامون راه‌حل‌ها و استنتاج‌ها در زمینهٔ واقعی مسائل و تعیین مستدل بودن استنتاج‌ها و راه‌حل‌ها تأکید دارد. در مطالعهٔ پیزا، فرایندهای صورت‌بندی و تفسیر هر یک ۲۵ درصد و فرایند به‌کارگیری ۵۰ درصد مسائل مطالعهٔ مذکور را شامل می‌شود (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، ۲۰۱۵).

این چینش را می‌توان چنین تفسیر کرد که در مطالعهٔ پیزا، نیمی از مسائل، توانایی دانش‌آموز را در برقراری ارتباط با مسائل دنیای واقعی می‌سنجد و نیمی دیگر توانایی کار با مسائل صورت‌بندی‌شده به شکل ریاضی را ارزیابی می‌کند.

چارچوب پیزا برای طراحی پرسش‌ها و سپس ارزیابی عملکرد دانش‌آموزان، دانش ریاضی را در دسته‌های محتوایی «کمیت، عدم قطعیت و داده‌ها، تغییر و رابطه و فضا و شکل»[14] دسته‌بندی کرده است (استیسی، ۲۰۱۵). پرسش‌هایی که محتوای اندازه‌گیری و عددی دارند، در دستهٔ کمیت، پرسش‌هایی با درون‌مایهٔ آمار و احتمال در دستهٔ عدم قطعیت و داده‌ها، مسائل جبر و تابع در دستهٔ تغییر و رابطه، و مسائلی که در شاخهٔ هندسی هستند، در دستهٔ فضا و شکل جای می‌گیرند. هر دسته ۲۵ درصد از پرسش‌های آزمون پیزا را در برمی‌گیرد. در چارچوب این مطالعه، حوزه‌های گستردهٔ زندگی به چهار دستهٔ شخصی، شغلی، اجتماعی و علمی[15] تقسیم شده‌اند که هر دسته شامل ۲۵ درصد از مسائل این مطالعه است. مسائلی در دستهٔ شخصی جای می‌گیرند که بر فعالیت‌های شخصی، خانوادگی و گروه هم‌سالان متمرکزند. مسائل دنیای کار در دستهٔ شغلی، مسائل مربوط به اجتماع (محلی، ملی و جهانی) در دستهٔ اجتماعی و در نهایت مسائل مربوط به کاربرد ریاضیات در جهان طبیعت و موضوعات مربوط به علم و فناوری در دستهٔ علمی جای می‌گیرند (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، ۲۰۱۲ و ۲۰۱۵)

در چارچوب مطالعهٔ بین‌المللی پیزا، سنجش سواد ریاضی دانش‌آموزان به‌عنوان هدف آمده است. از سوی دیگر، مشترکات زیادی بین اهداف آموزش ریاضی در سند برنامهٔ درسی ملی ایران و تعریف جهانی سواد ریاضی وجود دارد. بنابراین، می‌توان از مسائل آزمون پیزا به‌عنوان معیاری برای ارزیابی سواد ریاضی دانش‌آموزان و نیل به اهداف آموزش

آموزش‌وپرورش به‌عنوان محور پیشرفت پایدار، وظیفهٔ تربیت نیروی انسانی ماهر برای کار و تلاش در بازار پررقابت جهانی را برعهده دارد. در عین حال، آموزش‌وپرورش مأموریت خطیر آماده کردن نسل جوان برای زندگی در قرن بیست‌ویکم و آموزش مهارت‌های زندگی در ابعاد گوناگون را عهده‌دار است

ریاضی در ایران اســـتفاده کرد. ایران تاکنون در مطالعهٔ پیزا شـــرکت نکرده است تا به‌طور هماهنگ سطح سواد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی در مقایسه با کشورهای شرکت‌کننده سنجیده شود. البته قابل ذکر است **رفیع‌پور** (۱۳۸۹) در بخشی از مقالهٔ خود با عنوان «ضرورت و جهت تغییرات در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران از دیدگاه معلمان» از ۱۴ معلم ریاضی در خصوص پیش‌بینی عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در آزمون مطالعهٔ پیزا نظرخواهی کرده است و معلمان عملکرد دانش‌آموزان ایرانی را نامطلوب پیش‌بینی کرده‌اند (رفیع‌پور و گویا، ۱۳۸۹: ۱۲۰-۹۱). با در نظر گرفتن همهٔ آنچه گفته شـــد، سنجش سواد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی برای ارزیابی میزان تحقق اهداف آموزش ریاضی در ایران ضروری به‌نظر می‌رسد.

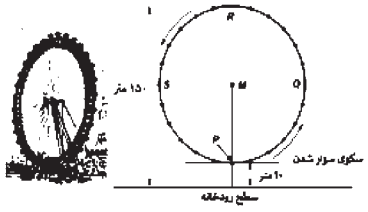
با تکیه بر یافته‌ها و اطلاعات به‌دست آمده، بر آن شدیم تا در قالب یک پژوهش توصیفی از نوع زمینه‌یابی، با برگزاری آزمونی هماهنگ و شبیه آزمون‌های مورد استفاده در پیزا، میزان سواد ریاضی دانش‌آموزان را بسنجیم. پس از مشورت و نظرخواهی از متخصصان آموزش ریاضی، آزمونی با هشت مسئله، مشتمل بر ۱۲ سؤال، برگرفته از آزمون‌های پیزای سال‌های ۲۰۰۹ و ۲۰۱۲ تدوین و برگه‌های آزمون بین ۲۶۶ نفر از دانش‌آموزان دختر و پسر شهرستان نجف‌آباد توزیع شد. بررسی نتایج به دست آمده حاکی از آن بود که دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این پژوهش، به‌طور متوسط کمتر از نصف کل نمرهٔ آزمون را کسب کرده‌اند. با توجه به اینکه آزمون دارای ۱۴ سؤال و نمرهٔ هر سؤال برابر ۲ است، نمرهٔ کامل آزمون ۲۸ می‌شود. نمره‌های دانش‌آموزان جمع‌آوری شد و عدد ۱۱/۴۲ به‌عنوان میانگین به دست آمد. این نتیجه نشان می‌دهد ســـطح سواد ریاضی دانش‌آموزان ۱۵ ساله در وضعیت مطلوبی قرار ندارد. در واقع، دانش‌آموزان در حل بیش از نیمی از چالش‌های دنیای واقعی ناموفق عمل می‌کنند. برای تبیین نتایج به‌دست‌آمده، تعدادی از مسائل آزمون را به‌طور اجمالی بررسی می‌کنیم:

مسئلهٔ چرخ و فلک

یکی از مســـائل آزمون پژوهش، مسئلهٔ «چرخ‌وفلک»[۱۶] از مجموعه مسائل منتشر شدهٔ مطالعهٔ پیزا ۲۰۱۲ (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، b ۲۰۱۳: ۱۷) است. این مسئله که متن آن در کادر ۱ آمده است، دو سؤال دارد.

مسئله چرخ و فلک

تصویر روبرو مربوط به یک چرخ و فلک بزرگ است که در حاشیه یک رودخانه قرار دارد. قطر قسمت خارجی این چرخ و فلک ۱۴۰ متر و ارتفاع بلندترین نقطه آن از سطح رودخانه ۱۵۰ متر است. جهت چرخش این چرخ و فلک در شکل با **فلش** نشان داده شده است.



سوال ۱: نقطه **M** مرکز چرخ و فلک را نشان می‌دهد. نقطه **M** در چه ارتفاعی از سطح رودخانه قرار دارد؟ محاسبات خود را بنویسید.

سوال ۲: سرعت حرکت چرخ و فلک ثابت است و در حدود ۴۰ دقیقه طول می‌کشد تا یک دور کامل بزند. اگر رضا در نقطه **P** سوار چرخ و فلک شده باشد، نیم ساعت بعد رضا به کدام نقطه می‌رسد؟ توضیح دهید.

این یک مســـئله از دنیای واقعی است که دانش‌آموزان با زمینهٔ آن در حیطهٔ اجتماعی آشنا هستند. شکل دایره‌ای چرخ‌وفلک و نیاز به دانش هندسی رسیدن به پاسخ، این مسئله را در دستهٔ فضا و شکل قرار داده است.

در این مسئله، دانش‌آموز فقط به دقت در مرحلهٔ به‌کارگیری علم ریاضی برای محاسبهٔ درست ارتفاع نیاز دارد. طبق نتایج، پاسخ نیمی از دانش‌آموزان صحیح بوده است که مطلوب به نظر نمی‌رسد. زیرا نه‌تنها زمینهٔ سؤال بسیار آشنا و واقعی است، بلکه به دانش ریاضی سطح بالایی هم نیاز ندارد. در سؤال اول این مسئله، دانش‌آموز در به‌کارگیری علم ریاضی خود، باید به دو نکته دقت کند:

۱. رابطهٔ بین شعاع دایره و قطر آن؛

۲. فاصلهٔ بین سکوی سوار شدن و سطح رودخانه.

در تمام پاسخ‌های نادرست که در مجموع ۴۳ درصد پاسخ‌ها را شامل می‌شوند، دانش‌آموز یکی از این دو مورد را در نظر نگرفته و به جواب نادرست رسیده است.

درصد دانش‌آموزان موفق در حل ســـؤال دوم این مســـئله، ۴۳ درصد گزارش شده است که به نسبت آسانی سؤال، مطلوب نیست. در حل این مسئله، فرایند صورت‌بندی بیشترین نقش را بازی می‌کند. بسیاری از دانش‌آموزان به خاطر

امروزه شهروندان با مسئله‌های بی‌شماری در زندگی واقعی روبه‌رو می‌شوند که مجبورند برای حل آن‌ها از مفاهیمی مانند کمیت، فضا، احتمالات، روابط و تغییرات، که از شاخه‌های مورد بحث سواد ریاضی هستند، استفاده کنند

انتخاب راهکار غلط، موفق به حل مسئله نشده‌اند و این نشان از توانایی اندک آن‌ها در صورت‌بندی مسئله دارد.

فروشگاه لوازم صوتی

این مسئله، ترجمهٔ یکی از مسائل منتشر شدهٔ مطالعهٔ پیزای ۲۰۱۲ (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، b ۲۰۱۳: ۵۱) است که با عنوان «فروشگاه لوازم صوتی» [۱۷] در آزمون آمده است. متن مسئله در کادر ۲ آمده است.

مسئله فروشگاه لوازم صوتی

در یک فروشگاه لوازم صوتی قیمت بعضی کالاها اینچنین است:

سوال ۱: در حراج این فروشگاه با خرید دو وسیله یا بیشتر، فروشگاه ۲۰٪ تخفیف روی قیمت اصلی به شما می‌دهد.

سعید ۲۰۰ هزار تومان پول دارد. در مورد اینکه آیا سعید می‌تواند خریدهای زیر را در زمان حراج انجام دهد یا نه، با نوشتن عملیات توضیح دهید.

الف) دستگاه پخش موسیقی و یک هدفون: .....

ب) دستگاه پخش موسیقی و اسپیکر: .....

ج) دستگاه پخش موسیقی، اسپیکر و هدفون: .....

سوال ۲: این فروشگاه لوازم صوتی را به صورت عمده فروشی می‌خرد و با ۳۷/۵ درصد سود می‌فروشد. کدام یک از فرمول‌های زیر رابطه بین قیمت عمده فروشی (W) و قیمت فروش (S) را نشان می‌دهد؟

الف) $S = W + ۰/۳۷۵$ ب) $W = S - ۰/۳۷۵\ S$ ج) $S = ۱/۳۷۵\ W$ د) $W = ۰/۶۲۵S$

دلیل انتخاب خود توضیح دهید. .....

این مسئله در ارتباط با خرید لوازم صوتی از یک فروشگاه طراحی شده است. بنابراین، در زمینهٔ شخصی قرار می‌گیرد. سؤال اول توانایی دانش‌آموز را در به‌کارگیری مفاهیم ریاضی در برخورد با موضوع تخفیف می‌سنجد. دانش‌آموز پس از فهم مسئله و انتخاب راه‌حل، باید با استفاده از دست‌ورزی با اعداد، اقدام به حل کند. استفاده از محاسبات عددی، این مسئله را از لحاظ محتوایی در حیطهٔ کمیت قرار داده است. در سؤال دوم که چندگزینه‌ای است، دانش‌آموز باید بتواند با ترکیب اطلاعات صورت مسئله، یک فرمول ریاضی بسازد. به‌طوری که این ساختار قابلیت تفسیر سود را داشته باشد.

هر دو سؤال مسئلهٔ فروشگاه لوازم صوتی در یک زمینهٔ شخصی آشنا هستند. در واقع می‌توان گفت تمامی دانش‌آموزان با تخفیف در دنیای واقعی آشنایند و دست‌کم یک‌بار با آن روبه‌رو شده‌اند. اما با نگاهی به نتایج، نامطلوب بودن عملکرد دانش‌آموزان در این زمینهٔ آشنا، بارز است. در پاسخ به سؤال اول، تنها ۳۱ درصد از دانش‌آموزان توانسته‌اند مورد تخفیف را به‌طور صحیح محاسبه کنند. چنین درصدی برای این زمینهٔ بسیار ملموس و کاربردی، نامطلوب است. بررسی موردی پاسخ‌ها بیانگر این نکته است که دانش‌آموزان با مفهوم تخفیف آشنا نیستند. در بیشتر پاسخ‌های نادرست، دانش‌آموز مبلغ تخفیف را محاسبه کرده، ولی آن را به‌عنوان مبلغ قابل پرداخت در نظر گرفته است.

در سؤال دوم، درصد پاسخ‌های درست تنها ۱۸ درصد است. این سؤال چندگزینه‌ای است و گزینهٔ (ج) پاسخ صحیح است. از نتایج معلوم شد دانش‌آموز فهم درستی از عبارت «۳۷/۵درصد سود» ندارد. دانش‌آموز این مقدار سود را به‌عنوان یک عدد ثابت برای هر قیمت اولیه‌ای در نظر گرفته است، در صورتی که ۳۷/۵ باید به‌عنوان ضریب مبلغ عمده‌فروشی محاسبه شود. پس می‌توان گفت که این حجم بالای اشتباه به علت فهم نادرست از موضوع در دنیای واقعی است.

برای تربیت انسان‌های رشد یافته، باید شیوه‌ای از تعلیم‌وتربیت به‌کار گرفته شود که حاصل آن افرادی باشند که از مهارت‌های استدلال کردن، آزادی انتخاب، استقلال در تصمیم‌گیری و مسئولیت‌پذیری برخوردار باشند

مسئلهٔ کشتی بادبانی

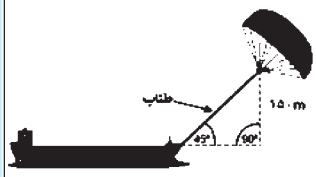
مسئلهٔ «کشتی بادبانی ۱۸» از مسائل منتشر شدهٔ مطالعهٔ پیزای ۲۰۱۲ (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، b ۲۰۱۳ : ۱۲) انتخاب شده است. متن این مسئله در شکل ۳ آمده است.

توضیحاتی که در متن مسئله آمده است، هر دو سؤال را در زمینهٔ علمی جای می‌دهد. سؤال اول که یک سؤال انتخابی است، توانایی دانش‌آموزان را در درک مفهوم درصد و به‌کارگیری صحیح آن در محاسبهٔ سرعت باد در محل قرار گرفتن بادبان می‌سنجد. کار با اعداد و انجام محاسبات در این سؤال نقش پررنگ‌تری نسبت به دیگر حیطه‌های محتوایی ریاضی دارد. با یک مدل‌سازی ساده می‌توان دریافت

مسئله کشتی بادبانی

۹۵٪ از تجارت جهانی در دریا و توسط حدود ۵۰۰۰۰ نفت‌کش، کشتی‌های کانتینری و کشتی‌های باربری انجام می‌شود. اغلب این کشتی‌ها از سوخت گازوئیل استفاده می‌کنند. مهندسان سیستمی را طراحی کرده‌اند که از انرژی باد برای حرکت کشتی‌ها کمک بگیرند. فرضیه آنها استفاده از یک بادبان بزرگ شبیه کایت برای کشتی‌ها است تا با استفاده از قدرت باد، مقدار مصرف گازوئیل را کاهش داده و از ورود بیشتر آلودگی آن به محیط زیست جلوگیری کنند.

سوال ۱: یکی از مزایای استفاده از این بادبان‌های بزرگ این است که این بادبان‌ها در ارتفاع ۱۵۰ متری پرواز می‌کنند. در این ارتفاع سرعت باد تقریباً ۲۵٪ بیشتر از سرعت باد در سطح کشتی است. اگر در سطح کشتی سرعت باد $24\ \frac{km}{h}$ باشد، در محل قرار گرفتن بادبان سرعت باد چقدر است؟



الف) $6\ \frac{km}{h}$ ب) $18\ \frac{km}{h}$ ج) $25\ \frac{km}{h}$ د) $30\ \frac{km}{h}$ ه) $49\ \frac{km}{h}$

سوال ۲: با توجه به شکل اگر طناب بادبان کاملاً کشیده باشد و با سطح کشتی زاویه ۴۵ بسازد، طول طناب را بدست آورید.

که پاسخ سؤال دوم، وتر یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است. به همین دلیل سؤال دوم در حیطهٔ محتوایی فضا و شکل قرار می‌گیرد.

برای حل سؤال اول دانش‌آموز با استفاده از ۲۵ درصد بیان‌شده و متن سؤال، افزایش سرعت باد را محاسبه می‌کند و سپس با افزودن آن به سرعت باد در سطح کشتی، پاسخ را به دست می‌آورد (گزینهٔ د). با توجه به دانش ریاضی دانش‌آموزان ۱۵ ساله، ۲۹ درصد پاسخ صحیح در این سؤال نامطلوب است. گزینهٔ (الف) با آمار ۵۰ درصد، بیشترین فراوانی را به خود اختصاص داده است. دانش‌آموزان به محض به دست آوردن عدد ۶ که میزان افزایش سرعت باد در ارتفاع ۱۵۰ متری است، گزینهٔ (الف) $6km/h$ را انتخاب کرده‌اند. شتاب‌زدگی و توجه نکردن به صورت سؤال، دانش‌آموزان را به این انتخاب نادرست سوق داده است. می‌توان گفت این اشتباه همان است که دانش‌آموزان در محاسبهٔ قیمت تمام شدهٔ لوازم صوتی انجام داده‌اند. در واقع، بدون در نظر گرفتن آنچه صورت مسئله از آن‌ها خواسته بود، تنها به محاسبهٔ درصد پرداخته‌اند.

گفته شد که سؤال دوم به یک مدل‌سازی ساده نیازمند است. با توجه به اینکه طرح مدل‌سازی این مسئله در شکل رسم شده است، دانش‌آموز تنها باید این مسئلهٔ دنیای واقعی را به رابطهٔ **فیثاغورس** در دنیای ریاضی ربط دهد. بر اساس نتایج، تنها ۳۴ درصد دانش‌آموزان به کشف این رابطه موفق شده‌اند که با توجه به واضح بودن شکل و نزدیکی این مسئله به مسائل کتاب درسی، آمار مطلوبی نیست.

نتیجه‌گیری

امروزه شهروندان با مسئله‌های بی‌شماری در زندگی واقعی روبه‌رو می‌شوند که مجبورند برای حل آن‌ها از مفاهیمی مانند کمیت، فضا، احتمالات، روابط و تغییرات، که از شاخه‌های مورد بحث سواد ریاضی هستند، استفاده کنند (دی‌لنگه، ۲۰۰۶). تعریف سواد ریاضی، آن‌گونه که در چارچوب پیزا ۲۰۱۵ بیان شده است، به گسترش صلاحیت‌هایی اشاره دارد که دانش‌آموز با برخورداری از آن‌ها می‌تواند به شهروندی سازنده و متفکر تبدیل شود (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، ۲۰۱۵). در نظام آموزشی ایران، توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره یکی از اهداف اساسی آموزش ریاضی است. با در نظر گرفتن این موضوع و توجه به اهمیت سواد ریاضی در تربیت سازندهٔ دانش‌آموزان و پیش‌بینی عملکرد ضعیف دانش‌آموزان در مسائل زمینهٔ دنیای واقعی، بر آن شدیم با برگزاری آزمونی هماهنگ شبیه آزمون‌های مورد استفاده در پیزا، میزان سواد ریاضی دانش‌آموزان پایهٔ نهم را بسنجیم. انجام این پژوهش نتایج مطلوبی در پی نداشت. دانش‌آموزان در هیچ‌کدام از زمینه‌ها، حیطه‌های محتوایی ریاضی و فرایندهای ریاضیاتی، عملکرد مطلوبی نشان ندادند. برای مثال، دانش‌آموزان در حیطهٔ شخصی، موفق به محاسبهٔ قیمت اجناس پس از اعمال تخفیف نشدند؛ موضوعی که احتمالاً برخورد با آن در دنیای واقعی زیاد است. از سوی دیگر، محاسبهٔ درصد به‌عنوان دانش مربوط به این مسئله، موضوعی است که از دورهٔ ابتدایی به دانش‌آموزان آموزش داده می‌شود. حال سؤال این است که آیا تغییرات اعمال شده از سوی مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی، که به گفتهٔ خود ایشان به علت انتقاد از کاربردی نبودن مباحث کتاب‌ها بوده است (میزگرد هیئت تحریریه، ۱۳۷۵)، کتاب‌ها را به سمت و سوی کاربردی بودن نزدیک‌تر کرده است؟

به‌نظر می‌رسد نگاه دانش‌آموزان ایرانی به درس ریاضی صرفاً نگاهی ابزارگونه است؛ ابزاری که برای حل مسائل ریاضی، آن هم فقط در کلاس ریاضی و نه برای حل چالش‌های دنیای واقعی در بیرون از مدرسه، کاربرد دارد

ابراهیمی و همکارانش (۱۳۹۶) در مقاله‌ای با عنوان «مقایسهٔ مسائل کتاب‌های درسی ریاضیات ۱ و ریاضی پایهٔ نهم از نظر تطابق با مسائل مطالعهٔ پیزا» به این نتیجه رسیده‌اند که تعداد مسائل مطرح شده در کتاب ریاضیات (۱) و همچنین سهم مسائل مربوط به دنیای واقعی که البته با مسائل منتشر شدهٔ پیزا مشابهت قابل قبولی نیز دارند، در این کتاب بسیار بیشتر از کتاب درسی ریاضی پایهٔ نهم است. همچنین، **رفیع‌پور** (۱۳۸۹) از بررسی و تحلیل محتوای کتاب ریاضیات ۱ به این نتیجه رسیده که این کتاب با مفهوم سواد ریاضی که در مطالعهٔ پیزا معرفی شده است، فاصلهٔ جدی دارد. وی معتقد است، کتاب درسی ریاضیات ۱ به سمت کاربردهای استاندارد حرکت کرده است. تعداد کم مسائل دنیای واقعی در کتاب نهم، نشان از نپرداختن به امر مهم کاربردی بودن درس ریاضی دارد. بنابراین، می‌توان ادعا کرد تغییرات کتاب درسی دست‌کم در پایهٔ نهم در جهت اهداف اسناد بالادستی نبوده است.

در نظام‌های آموزشی متمرکز مانند ایران، کتاب درسی نقشی کلیدی دارد. برنامهٔ درسی ریاضی باید به نوبهٔ خود در تربیت انسان‌های خلاق، نقاد، تصمیم‌گیرنده، انتخابگر، متعهد و مسئولیت‌پذیر سهیم باشد (گویا، ۱۳۷۵). اما آیا گام‌هایی که در جهت تألیف کتاب‌های درسی جدید ریاضی برداشته شده‌اند، در کاربرد ریاضیات در حل چالش دنیای واقعی مؤثر بوده‌اند؟ در حین برگزاری آزمون این پژوهش، یکی از اعتراضاتی که دانش‌آموزان پس از مطالعهٔ مسائل عنوان می‌کردند، برخورد نداشتن با این نوع مسائل در کتاب درسی بود. همچنین، بعضی از دانش‌آموزان نسبت به گنجاندن چنین مسائلی در کتاب‌های درسی خود ابراز علاقه می‌کردند. **ابراهیمی** و **یافتیان** (۱۳۹۶) در نتیجهٔ بررسی مسائل کتاب نهم و مقایسهٔ آن‌ها با کتاب ریاضیات ۱ چاپ ۱۳۹۳ اظهار داشته‌اند: بیشترین ارائهٔ مسائل دنیای واقعیت در فصل سوم (استدلال و اثبات در هندسه) و کمتر از یک چهارم کل مسائل است. ایشان ادعا کرده‌اند که کتاب درسی ریاضی تازه‌تألیف، اگر با مفهوم سواد ریاضی ارائه شده در مطالعهٔ پیزا فاصلهٔ جدی‌تر نیافته باشد، فاصلهٔ موجود در کتاب قبلی را جبران نکرده است. به‌نظر می‌رسد با توجه به شکاف عمیقی که بین دنیای ریاضی و دنیای واقعی وجود دارد، وقت آن رسیده است که مؤلفان کتاب‌های ریاضی به وظیفهٔ خود در زمینهٔ طراحی مسائل دنیای واقعی جامهٔ عمل بپوشانند.

به‌نظر می‌رسد نگاه دانش‌آموزان ایرانی به درس ریاضی صرفاً نگاهی ابزارگونه است؛ ابزاری که برای حل مسائل ریاضی، آن هم فقط در کلاس ریاضی و نه برای حل چالش‌های دنیای واقعی در بیرون از مدرسه، کاربرد دارد. این دیدگاه دانش‌آموزان می‌تواند عوامل بسیاری داشته باشد. دانش‌آموزان به علت شیوه‌های ارزشیابی و محتوای آموزشی عادت کرده‌اند مسائل را با استفاده از فرمول‌ها و کلیشه‌های خاص حل کنند و اگر مسئله‌ای خارج از چارچوب کلیشه‌ها و نیازمند تجزیه و تحلیل باشد، قادر به پاسخ‌گویی به آن نیستند (رفیع‌پور، ۱۳۸۹).

یکی از ارکان اصلی نظام آموزش ریاضی، معلم ریاضی است. تجربه نشان داده است، هر قدر هم برنامه‌ریزی دقیق و علمی انجام شود و روش‌های پیشنهادی تدریس بر تحقیق و یافته‌های پژوهشی مبتنی باشند، در صورت استقبال نکردن معلمان ریاضی از آن‌ها، چه به دلیل باور نداشتن به برنامه‌ریزی‌ها و روش‌ها و چه به علت نداشتن دانش لازم، آن برنامه‌ریزی محکوم به شکست خواهد بود (غلام‌آزاد، ۱۳۸۶: ۳۳-۲۸). بنابراین، دانش معلمان و باورهای آنان در چگونگی شکل‌گیری رفتارهای علمی دانش‌آموزان نقش مهمی ایفا می‌کند. با توجه به این امر مهم، اگر قرار باشد به بررسی نتایج حاصل از رویکرد آموزش ریاضی بر میزان سواد ریاضی دانش‌آموزان بپردازیم، باید نیم‌نگاهی نیز به دانش محتوایی و شیوهٔ تدریس معلمان ریاضی داشته باشیم.

شایان و همکارانش (۱۳۹۵) در پژوهشی دربارهٔ سنجش سواد ریاضی معلمان، به این نتیجه رسیدند که عملکرد دبیران ریاضی در پاسخ به مسائل زمینه‌مدار مطلوب نیست. آن‌ها بر این باورند که برخورد نداشتن دبیران متوسطهٔ اول با مسائل گوناگون، بسنده کردن ایشان به مفاهیم کتاب‌های درسی و اشتیاق نداشتن آن‌ها به مطالعهٔ ریاضیات، فراتر از آنچه در تدریس بدان نیازمندند، می‌تواند از جمله دلایل چنین عملکردی در برخورد با حل مسائل دنیای واقعی باشد. همچنین، اگر بخواهیم دانش‌آموزان را طوری آموزش دهیم که در زندگی پس از مدرسه بتوانند از عهدهٔ حل مسائل دنیای واقعی و روزمره برآیند، باید نخست معلمان ریاضی از عهدهٔ چنین کاری برآیند. بنابراین، باید علت مطلوب نبودن سطح سواد ریاضی دانش‌آموزان را در برنامه‌های آموزشی معلمان نیز جست‌وجو کرد.

ریاضی به علت انتزاعی بودن، به محض اینکه ارتباط خود را با دنیای واقعی از دست بدهد، برای بسیاری از دانش‌آموزان بی‌معنی می‌شود. به همین دلیل است که در سراسر دنیا، هرگاه صحبت از درس ریاضی به میان می‌آید، دانش‌آموزان از آن به‌عنوان درسی مشکل در فهمیدن محتوای درسی و حل مسائل آن یاد می‌کنند

پی‌نوشت‌ها

1. Alvin Toffler
2. Modeling
3. National Council of Teachers of Mathematics
4. Literacy
5. Mathematical literacy
6.Organization for Economic Co-operation and Development (OECD)
7. Realistic Mathematics Education(RME)
8. Freudenthal
9. Science literacy
10. Reading literacy
11. Program for International Student Assessment (PISA)
12. Formulate, Employ and Interpret
13. Problem solvers
14.Quantity, Uncertainty and data, Change and relationship and Space and shape.1
15. Personal, Occupational, Societal and Scientific
16. Ferris wheel
17. MP3 players
18. Sailing ships

منابع

۱. ابراهیمی علویجه، محمـــد و یافتیان، نرگس (۱۳۹۶). «مقایســـهٔ آموزش مفهوم مجموعه در دو کتاب ریاضیات۱ و کتاب درســـی ریاضی پایهٔ نهم از نظر وجود مسائل دنیای واقعی». ارائه شده در اولین کنفرانس آمـــوزش و کاربرد ریاضیات، کرمانشاه.

۲. ابراهیمی علویجه، محمـــد؛ یافتیان، نرگس؛ شایان، مریم (۱۳۹۶). مقایسهٔ مسائل کتاب‌های درسی ریاضیات۱ و ریاضی پایهٔ نهم از نظر تطابق با مسائل مطالعه پیزا. ارائه شده در اولین همایش ملی آموزش ریاضی، چالش‌ها و فرصت‌ها. دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مرکزی. تهران.

۳. امیراحمـــدی، یونس و همـــکاران (۱۳۹۱). «تحلیل محتوای کتاب علوم پایهٔ پنجم ابتدایی بر مبنای الگوی حل مسئلهٔ دیویی». پژوهش در برنامه‌ریزی درسی. شمارهٔ۸، دورهٔ دوم. سال نهم. دورهٔ دوم، ش ۸، زمستان.

۴. بشـــیر، آرزو (۱۳۹۴). «فاصلـــهٔ بین ریاضی و زندگی واقعی». مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. دفتر انتشـــارات و تکنولوژی آموزشـــی. شمارهٔ ۱۲۲. صص۳۶-۳۲.

۵. شـــرکایی اردکانی، جواد؛ ریاحی‌نژاد، حسین؛ رزاقی، هادی (۱۳۹۲). مجموعه مصوبات شورای عالـــی آموزش‌وپرورش. دبیرخانهٔ شـــورای عالی آموزش‌وپرورش. مؤسسهٔ فرهنگی مدرسهٔ برهان (انتشارات مدرسه)، تهران.

۶. رفیع‌پور گتابی، ابوالفضـــل (۱۳۸۹). «طراحی چارچوبی بـــرای ایجاد تعادل در برنامهٔ درســـی ریاضی متوســـطه در ایـــران». پایان‌نامهٔ دکترای آموزش ریاضی، دانشـــگاه شـــهید بهشتی، چاپ نشده.

۶. رفیع‌پورگتابی، ابوالفضل و گویا، زهرا (۱۳۸۹). «ضرورت و جهت تغییر در برنامهٔ درســـی ریاضی مدرسه‌ای از دیدگاه معلمان». مجلهٔ نوآوری‌های آموزشی. شمارهٔ ۳۳.

۸. ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۵). تحلیل خط‌مشی‌ها، اســـناد مصوب، پژوهش‌ها و منابع مرتبط با حوزه یادگیری ریاضی. واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی وزارت آموزش‌وپرورش.

۹. شایان، مریم؛ یافتیان، نرگس؛ ابراهیمی، محمد (۱۳۹۵). ارزیابی عملکرد معلمان ریاضی دورهٔ اول متوســـطه در آزمون ســـواد ریاضی. ارائه شده در شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی، شیراز.

۱۰. ظهوری زنگنه، بیژن (۱۳۷۸). ریاضیات کلید راه توســـعه. چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران: معاونت برنامه‌ریزی و نیروی انسانی اداره کل آموزش‌وپرورش شهر تهران.

۱۱. غـــلام‌آزاد، ســـهیلا (۱۳۸۶). «موضوعـــات مطالعاتـــی در آموزش ریاضی ایران، مجلهٔ رشـــد آمـــوزش ریاضی. دفتـــر انتشـــارات و تکنولوژی آموزشی. شماره ۸۹. ص ۳۳-۲۸.

۱۲. کیامنش، علیرضا؛ صفرخانی، مریم؛ اقدسی، سمانه؛ محسن‌پور، مریم؛ کبیری، مسعود؛ مهدوی، هزاوه؛ منصـــوره، خیریه؛ ســـنگری، علی‌اکبر؛ و آتشـــک، محمد (۱۳۹۰). بررســـی روند تغییرات آموزشـــی در فاصلهٔ زمانی ۱۳۸۶-۱۳۷۴ براساس یافته‌هـــای مطالعات بین‌المللی تیمـــز در ایران و کشـــورهای منطقه، با توجه به هدف‌های ســـند چشم‌انداز بیست‌ساله (پایهٔ هشتم). طرح مشترک سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی و دانشگاه تربیت معلم.

۱۳. گویا، زهـــرا (۱۳۷۵). «ضرورت تغییر برنامهٔ درسی». مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی. شمارهٔ ۴۶.

۱۴. میزگرد هیئت تحریریهٔ مجلهٔ رشـــد آموزش ریاضی (۱۳۷۵). مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. سال دوازدهم. شمارهٔ ۴۶.

15. Adams,R.,Wu, M. (Eds). (2003). PISA 2000 technical report. Raris: OECD Publications.

16. De Lange, J. (2006). “Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective”.

17. Greer, B., Verschaffel, L., & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children’s experience. Modelling and applications in mathematics education, http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012 -2006- rel-items-maths-ENG.pdf. Accessed 8 Oct 2013.

18. National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). Principles and standards for school mathematics (Vol. 1). National Council of Teachers of.

19. Niss, M. Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn and M. Niss (Eds.), Modeling and applications in mathematics education, the 14th ICMI study, 3 -32. New York: Springer.

20. Ojose, B. (2011). Mathematics Literacy: Are We Able To Put The Mathematics We Learn Into Everyday Use?. Journal of Mathematics Education, 4(1).

21. Organization for Economic Co-operation and Development (OECD). (2013b). PISA 2012 released mathematics items.

22. Organization for Economic Co-operation and Development (OECD). (2012). PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy. Paris: OECD Publishing. http://www.oecd.org/pisa/data/pisa2012draftframeworks-mathematicsproblemsolvingandfinancialliteracy.htm

23. Organization for Economic Co-operation and Development (OECD). (2015). PISA 2015 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy. Paris: OECD Publishing. doi:10,178 / 7/9789264190511-en.

24. Stacey, K. (2015). The real world and the mathematical world. (pp. 57-85). Springer International Publishing.

25. Stacey, K., & Turner, R. (2015). The evolution and key concepts of the PISA mathematics frameworks. In Assessing mathematical literacy. Springer International Publishing.

26. Turner, R. (2012). Mathematical literacy: Are we there yet. ICME-12, Topic Study Group, 6.